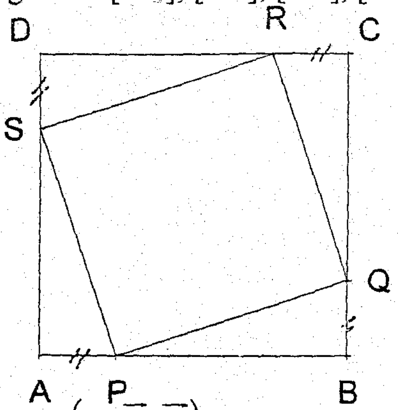
Lycée Pilote Gafsa	*Devoir de synthèse N°3*	2Sc
Le 01/06/2006		Durée 2h
	Profs : A.Khnissi - Z. Akermi - H.Lamine	

Exercice N°1 : (7,5 points)

ABCD est un carré de coté 4 et P, Q, R, S sont les points des segments [AB], [BC], [CD], [DA] tels que : AP = BQ = CR = DS. On pose AP = $x \in [0, 4]$.



1) a) Montrer que PQ = QR = RS = SA.

b) Montrer que $\widehat{ASP} = \widehat{BPQ}$.

c) Montrer que PQRS est un carré.

d) Calculer l'aire f(x) de ce carré.

2) Vérifier que $f(x) = 2(x-2)^2 + 8$.

3) a) Etudier les variation de f sur [2, 4] puis sur [0, 2].

b) Dresser le tableau de variation de f sur [0, 4].

4) Pour quelle valeur de x l'aire f(x) est-elle minimale ? Quelle est alors cette aire ?

5) On note $\mathscr{C}$ la courbe représentative de f dans un repère orthonormé $\left(O, \vec{i}, \vec{j}\right)$. Tracer $\mathscr{C}$.

6) a) A l'aide du graphique, expliquer pourquoi il existe deux positions du point P sur [AB] telles que l'aire du carré PQRS soit égale à 10.

b) Retrouver ce résultat par le calcul et préciser les deux positions de P.

7) a) Montrer que pour tout réel a de [0, 2] on a : $f(2-a) = f(2+a)$.

b) P_1 et P_2 sont deux points de [AB] symétriques par rapport au milieu de [AB]. Q_1 et Q_2 sont deux points de [BC], R_1 et R_2 sont deux points de [CD], S_1 et S_2 sont deux points de [DA] tels que : $AP_1 = BQ_1 = CR_1 = DS_1$ et $AP_2 = BQ_2 = CR_2 = DS_2$.
Comparer à l'aide de 7) a) l'aire des carrés $P_1Q_1R_1S_1$ et $P_2Q_2R_2S_2$.

Exercice N°2 : (7,5 points)

I) Soit $\left(O, \vec{i}, \vec{j}\right)$ un repère orthonormé du plan $\mathscr{P}$.

Soit la droite $\Delta : x + y - 4 = 0$ et l'ensemble $\mathscr{C} = \{M(x, y) \in \mathscr{P} \,/\, x^2 + y^2 - 4x - 4y + 6 = 0\}$.

1) Montrer que $\mathscr{C}$ est un cercle dont on déterminera le centre I et le rayon R.

2) Construire Δ et $\mathscr{C}$.

3) a) Calculer la distance du point I à la droite Δ.

b) Déduire que Δ coupe $\mathscr{C}$ en deux points A et B.

c) Calculer les coordonnées des points A et B.

II) Dans la série statistique suivante x et y sont des réels.

Valeur de la variable	x	y
Effectif	1	1

On note $\bar{x}$ la moyenne de cette série et σ son écart - type.

On suppose que $\bar{x} = 2$ et $\sigma = 1$.

1) a) Ecrire la formule donnant $\bar{x}$ et déduire que $x + y = 4$.

b) Ecrire la formule donnant σ et déduire que $x^2 + y^2 - 4x - 4y = -6$.

2) Déduire alors les valeurs de x et y.

3) Soit la série statistique suivante dans laquelle m est un entier naturel.

Valeur de la variable	x	y
Effectif	m	m

On suppose que $\bar{x} = 2$ et $\sigma = 1$. Calculer x et y.